ANSKUELIGGØRELSE AF INVESTERINGSOMKOSTNINGER

Teknisk notat

Penge- og Pensionspanelet
Arbejdsgruppen om anskueliggørelse af investeringsomkostninger

16. december 2018

Indhold

Arbejdsgruppen

Dette notat er udarbejdet af en arbejdsgruppen med deltagelse af:

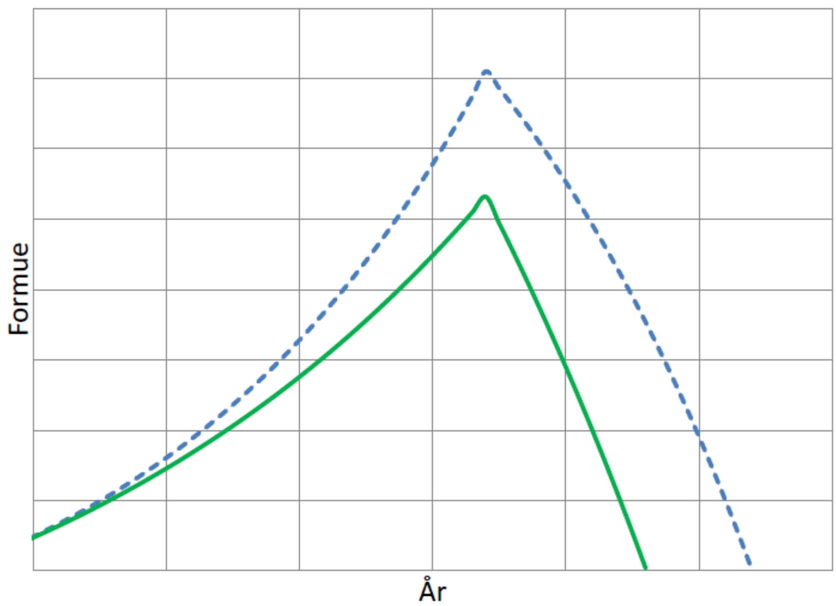
- Troels Hauer Holmberg, Forbrugerrådet Tænk
- Henrik Munck, Forsikring & Pension
- Mogens Steffensen, Københavns Universitet
- Carsten Tanggaard, Aarhus Universitet
- Solveig Råberg Tingey, FinansDanmark

Carsten Tanggaard var formand for arbejdsgruppen. Anne Marie Dahl Vestergaard, Finanstilsynet, assisterede med arbejdet.

Arbejdsgruppens opgave, resultater og konklusioner

Arbejdsgruppens opgave var at undersøge, om en simpel model for indkomst, forbrug, opsparing og investering i et livslangt perspektiv kan bruges til at anskueliggøre effekten af investeringsomkostninger. Arbejdsgruppens opgave har ikke været specielt at undersøge omkostninger i pensionsopsparing, men udgangspunktet i en livscyklusmodel gør det alligevel naturligt at tænke på opsparingen i et pensionsperspektiv.

Kort fortalt har arbejdsgruppen valgt at gøre som følger. En person forbruger en del af løbende indkomst. Overskydende indkomst spares op. I arbejdsårene opbygges derfor finansiel formue, som nedspares i pensionistårene. Opsparingen i arbejdsårene investeres i finansielle instrumenter. Med kendt levetid, indkomst og forbrug kan forbrugeren planlægge sit forbrug således, at pengene rækker til hele livet. Formueudviklingen følger den blå (stiplede) kurve i figur 1.



Figur 1: Investeringsomkostninger og livscyklus.

Investeringsomkostninger reducerer afkastet af finansiel opsparing. Med uændrede indkomstforhold, uændret forbrug og uden muligheder for et højere bruttoafkast vil opsparingen ikke række til hele livet. Dette er illustreret med den grønne (fuldt optrukne) kurve i figur 1. Denne effekt af investeringsomkostninger kan korrigeres gennem forøgede indkomster eller nedsat forbrug.

Arbejdsgruppen foreslår derfor to nøgletal til at illustrere effekten af investeringsomkostninger.

Lad C være det livslange konstante forbrug, der netop sikrer, at pengene ikke slipper op. Med investeringsomkostninger reduceres det livslange forbrug til C^* med $C^* \leq C$. *Ændringen*

$$\Delta_{C^*} = \frac{C^*}{C} - 1$$

i livslangt forbrug er arbejdsgruppens første forslag til nøgletal for betydningen af investeringsomkostninger.

Investeringsomkostninger kan også kompenseres gennem senere tilbagetrækning. Lad $N^* > N$ være den *tilbagetrækningsalder,* der netop sikrer, at det livslange forbrug efter omkostninger er det samme som det livslange forbrug uden omkostninger, men med tilbagetrækningsalder N. *Den forsinkede tilbagetrækning*

$$\Delta_{N^*} = N^* - N$$

er arbejdsgruppens andet forslag til nøgletal for betydningen af omkostninger.

Arbejdsgruppens opgave har ikke været at udvikle en detaljeret virkelighedsnær model for indkomst, forbrug, opsparing og investering.

Nøgletallene er i stedet udviklet inden for rammerne af den simplest mulige model, der, efter arbejdsgruppens vurdering, stadig kan fortælle noget interessant om effekten af investeringsomkostninger i et livslangt perspektiv. Mere generelle versioner af modellen åbner mulighed for andre nøgletal. Samt for opfølgende undersøgelser af rækkevidden af konklusionerne i rapporten.

1 Indkomst, forbrug og opsparing

En person lever i T år fra indtræden på arbejdsmarkedet. Tidspunkterne i modellen er $t = 0, 1, \ldots, T$. År t begynder på tidspunkt $t-1$ og slutter på tidspunkt t. Indkomst i år t optjenes, forbruges eller opspares fra tidspunkt $t-1$ til tidspunkt t.

Indkomst i hvert år er Y_t, forbrug er C_t. Ikke forbrugt indkomst investeres. Afkastet R_t af finansiel opsparing kan forstås som en rente udbetalt af et pensionsselskab eller afkastet af andre finansielle investeringer. Formuen W_t på tidspunkt t ved afslutningen af år t er foregående års slutformue tillagt arbejdsindkomst Y_t, finansiel indkomst $R_t W_{t-1}$ og fratrukket årets forbrug C_t. På grund af det lange tidsperspektiv er det hensigtsmæssigt at betragte alle beløb og afkast som reale.

1.1 Udviklingen i finansiel formue

Formueudviklingen år for år kan beskrives ved ligningerne:

$$\begin{aligned}
W_1 &= W_0 + R_1 W_0 + Y_1 - C_1, \\
W_2 &= W_1 + R_2 W_1 + Y_2 - C_{2,} \\
&\vdots \\
W_t &= W_{t-1} + R_t W_{t-1} + Y_t - C_t \\
&\vdots \\
W_T &= W_{T-1} + R_T W_{T-1} + Y_T - C_T.
\end{aligned}$$

Det følger ved rekursion, at

$$W_t = (1+R_1)(1+R_2)\cdots(1+R_t)W_0 + \sum_{j=1}^{t}(1+R_j)^{t-j}\left(Y_j - C_j\right).$$

Specielt bliver slutformuen

$$W_T = (1+R_1)(1+R_2)\cdots(1+R_T)W_0 + \sum_{j=1}^{T}(1+R_j)^{T-j}\left(Y_j - C_j\right).$$

Antagelse 1 *Ingen arveplanlægning.*

Antagelse 2 *Ingen initialformue.*

Med disse supplerende antagelser bliver

$$W_0 = 0, W_T = 0.$$

Forbrugsplanen $C_1, \ldots, C_T$ opfylder dermed ligningen

$$\sum_{j=1}^{T}(1+R_j)^{T-j}C_j = \sum_{j=1}^{T}(1+R_j)^{T-j}Y_j. \tag{1}$$

1.2 Livslangt forbrug

Det *livslange forbrug* defineres som det konstante forbrug

$$C = C_1 = \cdots = C_T,$$

der netop løser (1). Tallet C er derfor løsningen til ligningen

$$\sum_{j=1}^{T}(1+R_j)^{T-j}C = \sum_{j=1}^{T}(1+R_j)^{T-j}Y_j$$

d.v.s.

$$C = \frac{\sum_{j=1}^{T}(1+R_j)^{T-j}Y_j}{\sum_{j=1}^{T}(1+R_j)^{T-j}}. \tag{2}$$

2 Modelantagelser

Modellens centrale antagelser er som følger:

Antagelse 3 *Indregning af skat, inflation og omkostninger sker hvert år som et procentuelt fradrag i ultimoformuen.*[1]

Antagelse 4 *Alle fremtidige indkomster, afkast af finansiel opsparing og levetid er kendte.*

2.1 Indkomst

Uden variationer i indkomst over livet vil det livslange forbrug være konstant lig med denne indkomst. Det vil sige, at

$$C = Y.$$

Der vil ikke være behov for finansiel opsparing, og investeringsomkostninger får ingen betydning.

I stedet antages den følgende simple model, hvor tilbagetrækning sker på tidspunkt N, og hvor indkomst før og efter tilbagetrækning er konstant, d.v.s. den følgende model

$$Y_j = \begin{cases} Y & : \quad j \le N \\ y & : \quad j > N \end{cases}. \tag{3}$$

med $y < Y$. Indkomst Y før tilbagetrækning på tidspunkt N er alene arbejdsindkomst. Indkomst y efter tilbagetrækning er eventuel arbejdsindkomst samt offentlige pensioner. Arbejdsmarkedspensioner og egen privat opsparing indgår i og forbruges ud af den opsparede formue og indgår ikke i y.

2.2 Afkast

Afkast af finansiel opsparing antages at være konstant med

$$R = R_1 = \cdots = R_T.$$

Investeringsomkostninger reducerer afkastet af finansiel opsparing og dermed det livslange forbrug. Afkast efter fradrag af omkostninger antages også konstant med

$$R^* = R_1^* = \cdots = R_T^*.$$

Antagelse 5 *Antag uden undtagelse, at $R > R^* \geq 0$.*

[1] Se appendiks A.

3 Nøgletal for livslangt forbrug og tilbagetrækning

Med antagelserne i afsnit 2 bliver det livslange forbrug før omkostninger

$$C = \frac{\sum_{j=1}^{N}(1+R)^{T-j}Y + \sum_{j=N+1}^{T}(1+R)^{T-j}y}{\sum_{j=1}^{T}(1+R)^{T-j}},$$

der kan omskrives til

$$C = \frac{(1+R)^{N+T} - (1+R)^{T}}{(1+R)^{T+N} - (1+R)^{N}}Y + \frac{y\,(1+R)^{T} - y\,(1+R)^{N}}{(1+R)^{T+N} - (1+R)^{N}}y. \tag{4}$$

Efter omkostninger beregnes det livslange forbrug C^* på samme måde ved at erstatte R i (4) med R^*.

3.1 Livslangt forbrug

Den relative ændring i livslangt forbrug som følge af omkostninger kan beregnes som

$$\Delta_{C^*} = \frac{C^*}{C} - 1,$$

hvor C og C^* er angivet i (4). Tallet Δ_{C^*} er arbejdsgruppens første forslag til nøgletal.

3.2 Tilbagetrækningsalder

Omkostningers effekt på den livslange indkomst kan kompenseres gennem senere tilbagetrækning. Hvor meget senere kan undersøges på følgende måde.

Lad $N^* > N$ være det *tilbagetrækningstidspunkt,* der gør, at det livslange forbrug er det samme som det livslange forbrug uden omkostninger, men med tilbagetrækningsalder N.

Det kan vises, at

$$N^* = \begin{cases} \frac{\ln(M^*)-\ln(M^*-K)}{\ln(1+R^*)} & : \quad R^* > 0 \\ TK & : \quad R^* = 0 \end{cases}, \tag{5}$$

hvor

$$\begin{aligned} K &= \frac{(1+R)^{N+T} - (1+R)^{T}}{(1+R)^{N+T} - (1+R)^{N}}, \\ M^* &= \frac{(1+R^*)^{T}}{(1+R^*)^{T} - 1}. \end{aligned}$$

Tallet

$$\Delta_{N^*} = N^* - N$$

bliver dermed arbejdsgruppens andet nøgletal for effekten af investeringsomkostninger.[2]

Kommentar 1 *Det ses, at N^* ikke afhænger af Y og y. Intuitionen kan opnås på følgende måde. Personer med lav y/Y har mere brug for opsparing end personer med høj y/Y. Det betyder, at de er mere følsomme over for omkostninger. Derfor bliver ΔC^* størst for personer med lav y/Y. Men personer, der har lav y/Y, kan på grund af den relativt højere indkomst til gengæld lettere kompensere gennem senere tilbagetrækning. Derfor bliver ΔN^* uafhængig af y og Y.*

[2] Beviset for (5) kan rekvireres.

3.3 Samtidig gæld og finansiel opsparing

Tilbagebetaling af dyr gæld kan opfattes som et investeringsalternativ med et afkast, der afhænger af lånerenten, omkostninger og den alternative forrentning, som det lånte beløb kan placeres til. Med betydelige omkostninger ved både låntagning og investering kan tilbagebetaling af gæld være et fordelagtigt investeringsalternativ. Det viser sig dog hensigtsmæssigt at analysere tilbagebetaling af gæld som en særlig investering.

3.3.1 Formueudvikling og låneomkostninger

Modellen og notationen er i udgangspunktet som i afsnit 1. Personen har ud over finansiel opsparing også gæld, som ikke kan eller ikke ønskes tilbagebetalt ud af finansiel opsparing. Lånet optages på tidspunkt 0 med en hovedstol på D_0. Restgælden på tidspunkt t er D_t og lånet forrentes med den 1-årige lånerente, r. Gælden tilbagebetales efter en på forhånd fastlagt amortiseringsplan. Der ses i første omgang bort fra omkostninger.

Personens finansielle *bruttoformue* er S_t, og nettoformuen på hvert tidspunkt er derfor

$$W_t = S_t - D_t.$$

Den forventede nettoformue kan år for år bestemmes ved ligningen:

$$W_t = W_{t-1} + RS_{t-1} + Y_t - C_t - rD_{t-1}. \tag{6}$$

Formlen fortæller os, at nettoformue ved slutningen af år t er formuen ved slutningen af år $t-1$, tillagt afkast af finansiel opsparing RS_{t-1}, arbejdsindkomst Y_t samt fratrukket årets forbrug C_t og rentebetaling på gæld rD_{t-1}.

Ligning (6) kan omskrives til

$$W_t = (1+R)W_{t-1} + (R-r)D_{t-1} + Y_t - C_t, t = 1, \ldots, T$$

og løses ved rekursion

$$W_t = (1+R)^t W_0 - \sum_{j=1}^{t} (1+R)^{t-j} \left[Y_j - C_j + (R-r)\, D_{j-1}\right].$$

Med antagelser som i afsnit 1, hvor

$$\begin{aligned} W_0 &= 0, \\ W_T &= 0, \end{aligned}$$

bliver

$$\sum_{j=1}^{T} (1+R)^{T-j} C_j = \sum_{j=1}^{T} (1+R)^{t-j} \widetilde{Y}_j,$$

hvor

$$\widetilde{Y}_j = Y_j + (R-r)\, D_{j-1}. \tag{7}$$

Det ses, at formlen for livslangt forbrug i ligning (2) blot skal korrigeres med rentebetalingen på gæld. Det sker ved at erstatte Y_j med $\widetilde{Y}_j$ som defineret i (7). Med passende valg af $\widetilde{Y}_j$ kan tidligere resultater derfor anvendes uændret.

Hvis der er låneomkostninger erstattes r med r^*, hvor $r^* \geq r$. Omkostninger ved låntagning er gebyrer og rentetillæg i eksempelvis realkredit, men ikke selve finansieringsrenten r.

Hvis der er investeringsomkostninger erstattes R med R^*, hvor $R \geq R^*$.

Som eksempel kunne man bruge den følgende model

$$\widetilde{Y}_j = \begin{cases} Y + (R^* - r^*)\, D_j & : \quad j \leq N \\ y + (R^* - r^*)\, D_j & : \quad j > N \end{cases},$$

der suppleret med

$$D_j = \begin{cases} D & : \quad j \leq N \\ d & : \quad j > N \end{cases}$$

sikrer, at indkomst er stykkevist konstant før såvel som efter servicering af gæld.

Eksempel 1 *Med $D = D_0$ og $d = 0$ har personen konstant gæld frem til tilbagetrækning. Gælden tilbagebetales ved tilbagetrækning på tidspunkt N.*

Eksempel 2 *Med $D = d = D_0$ har personen konstant livslang gæld, som tilbagebetales ud af bruttoformuen på tidspunkt T.*

Kommentar 2 *Mere (måske) realistiske antagelser om amortisering af gæld kan udledes på bekostning af mere kompliceret notation. Eksempelvis, at gæld tilbagebetales før tilbagetrækning. Eksempelvis, at gæld amortiseres efter annuitetsprincippet indtil tilbagetrækning.*

Kommentar 3 *En teknisk detalje. Man kunne måske undre sig over, hvordan* ***tilbagebetaling*** *af gæld egentlig påvirker det livslange forbrug i denne model. Logikken i modellen er, at gæld kun påvirker det livslange forbrug gennem rentebetalinger. Når gælden er tilbagebetalt, forsvinder rentebetalingerne. Husk endvidere, at $W_t = S_t - D_t$ og dermed $W_T = 0$ og $S_T = D_T$. Dermed sørger bogholderiet for, at der ikke 'forsvinder' formue eller gæld.*

4 Eksempler og komparativ statik

Tabel 1 viser forudsætninger vedrørende afkast, lånerente og omkostninger. 7 % er afkastet i en ren aktieinvestering. Tallet 4 % er afkastet på en ren obligationsinvestering, jf. *samfundsforudsætningerne*.[3]

I pensionsinfo antages en ligelig fordeling mellem aktier og obligationer og derfor et afkast på 5,5 %. Til brug for eksempler med låntagning er lånerenten sat til 4 % svarende til samfundsforudsætningernes langsigtede obligationsafkast.[4]

	Investeringer			Lån
Afkast og lånerente	4 %	5,5 %	7 %	4 %
Omkostningsprocent				
Lave omkostninger	0,50 %	0,75 %	1,00 %	1,00 %
Høje omkostninger	1,00 %	1,50 %	2,00 %	2,00 %

Tabel 1: Forudsætninger vedrørende afkast, rente og omkostninger.

Uden at tage stilling til hvilke omkostningsniveauer, der kan opnås i praksis, regnes med omkostninger på 2 niveauer: Lavt og højt niveau, hvor høje omkostninger er det dobbelte af lave omkostninger.

[3] Forsikring & Pension og Finansrådet (2017).
[4] Forsikring & Pension og Finansrådet (2017).

Kommentar 4 *Investeringsomkostningerne i tabel 1 er sammenlignelige med ÅOP i danske investeringsforeniner som dokumenteret i Erhvervs- og Vækstministeriets rapport om formidlingsprovisioner.*[5] *Arbejdsgruppen vurderer, at investeringsomkostningerne i pensionsselskaber er sammenlignelige med omkostningerne i investeringsforeninger.*[6] *Anslåede omkostninger ved lånefinansiering er sammenlignelige med omkostninger til bidrag ved realkreditfinansiering.*[7]

Omkostningsniveauet skaleres endvidere for begge niveauer svarende til afkastprocenten. Alt regnes realt med inflationsraten fra tabel 1. Inflation og omkostninger indregnes som beskrevet i appendiks A.

Forudsætninger vedrørende indkomster og offentlige pensioner fremgår af tabel 2. Nøgletallet Δ_{C^*} afhænger alene af forholdet y/Y mellem arbejdsindkomst og offentlige pensioner. Nøgletallet Δ_{N^*} afhænger ikke af Y og y. Det vigtige ved disse antagelser om indkomster er derfor alene y/Y. Der er derfor ikke gjort noget forsøg på at kalibrere i forhold til faktiske indkomstniveauer eller til aktuelle satser for offentlige pensioner. Endvidere ses bort fra skat af både indkomster og finansielle afkast.[8]

	Arbejdsindkomst Y	Offentlig pension y	y/Y
Lav indkomst	300.000	150.000	1/2
Høj indkomst	600.000	75.000	1/8

Forudsætninger vedrørende arbejdsindkomst og offentlige pensioner. Alt er forudsat beregnet i faste priser.

Tabel 2: Forudsætninger om indkomst.

Perioder	År
Indtræden på arbejdsmarkedet	30
Arbejdsliv	40
År på pension	20
Levetid	90

Tabel 3: Forudsætninger om levetid mv.

Endelig fremgår antagelser om levetid mv. af tabel 3.

4.1 Livslangt forbrug

Tabel 4 opsummerer effekten Δ_{C^*} af investeringsomkostninger på livslangt forbrug.

Betragt først tilfældet med lave indkomster og høje offentlige pensioner (øverste panel). Tallet Δ_{C^*} varierer fra -1,58 % til -4,10 %. Den mindste effekt opnås ved lave afkast og lave omkostninger. Den største effekt er med høje omkostninger og højt afkast. Δ_{C^*} regnes i alle eksempler i forhold til det forbrug, der kan opnås ved et omkostningsniveau på 0 %.

Betragt dernæst tilfældet med høj indkomst og lav offentlig pension (nederste panel). Tallet Δ_{C^*} varierer fra -3,04 % til -7,46 %. Den største effekt opstår også her ved høje omkostninger og højt afkast.

[5] Erhvervs- og Vækstministariet (2015). Se også Holmberg et al. (2017).
[6] Oplyst af FinansDanmark og Forsikring & Pension.
[7] Som de fremgår af realkreditinstitutternes prisblade.
[8] Se appendiks A.

	Omkostninger	
Afkast	Lave	Høje
Lav indkomst		
4 %	-1,58 %	-3,27 %
5,5 %	-1,84 %	-3,96 %
7 %	-1,81 %	-4,10 %
Høj indkomst		
4 %	-3,04 %	-6,31 %
5,5 %	-3,42 %	-7,37 %
7 %	-3,30 %	-7,46 %

Tabellen viser effekten Δ_{C^*} på livslangt forbrug af investeringsomkostninger for forskellige afkast- og omkostningsniveauer.

Tabel 4: Effekt af investeringsomkostninger på livslangt forbrug.

Forklaringen på forskellen mellem de to paneler er, at jo lavere y/Y er, desto mere er der brug for det finansielle system til at flytte forbrug i tid. Og jo mere man bruger det finansielle system, desto større er effekten af omkostninger.

Kommentar 5 *Når Δ_{C^*} ikke er monoton i omkostningsprocenten, skyldes det antagelserne i tabel 1 om, at omkostninger stiger med investeringsafkastet R før omkostninger. Den samme effekt er også forklaringen på, at den største effekt på Δ_{C^*} i begge eksempler opstår ved højt afkast.*

4.1.1 Komparativ statik: Livslangt forbrug

I eksemplerne i afsnit 4.1 afhang investeringsomkostningsprocenten k af afkastet R før skat. Det kan være hensigtsmæssigt at isolere effekterne af omkostninger og afkast før omkostninger.

Betragt derfor tabel 5, der er beregnet under uændrede forudsætninger bortset fra, at investeringsomkostningsprocenten k varierer uafhængigt af afkastet R før omkostninger. Som forventet forværres Δ_{C^*} monotont aftagende med investeringsomkostningerne. Omvendt forbedres Δ_{C^*} monotont med afkastet R.

Kommentar 6 *Se eller gense kommentar 5. Den omtalte effekt genfindes som forventet ikke i tabel 5.*

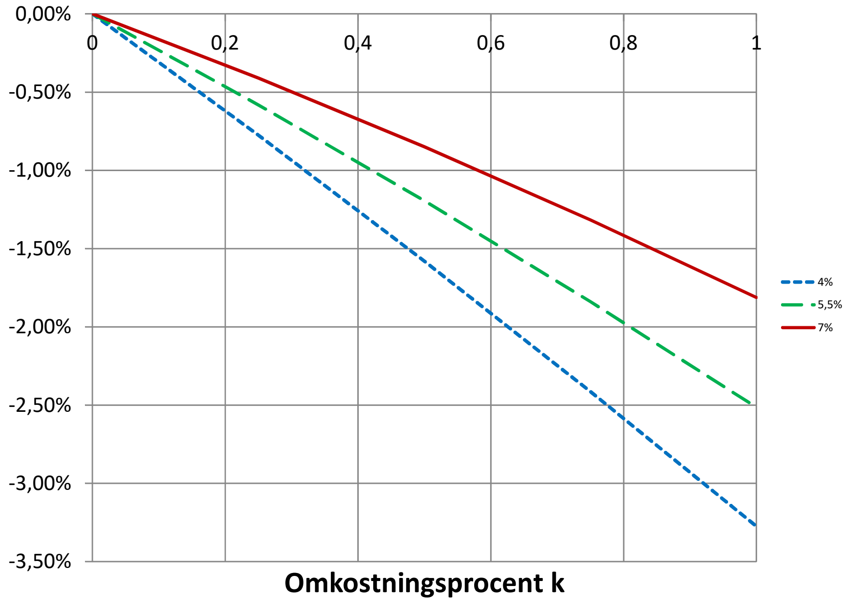
Ud over, at effekten er monoton i k, ser det fra figurerne 2 og 3 ud til, at den også er svagt konkav. Der kan derfor laves en $\lesssim$ lineær approksimation.[9]

I tabel 6 ses den gennemsnitlige effekt af en 0,5 procentpoint ændring i investeringsomkostningsprocenten k. En sammenligning mellem tabel 5 og tabel 6 viser, at den lineære approksimation er af god kvalitet.

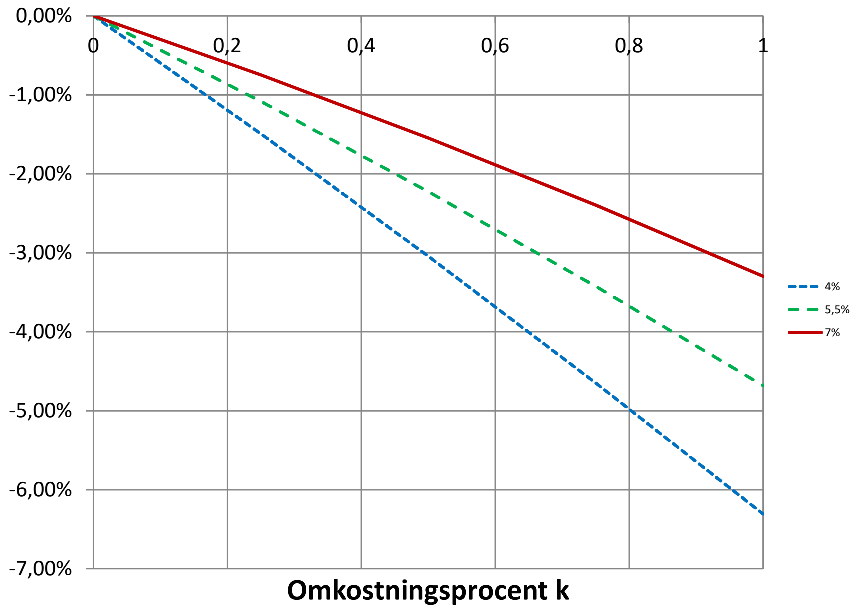
Eksempel 3 *Udgangspunktet er lav indkomst og høj offentlig pension:* $Y = 300.000$, $y = 150.000$ *og afkast* $R = 7,0$ *%. Det ses af tabel 6, at det livslange forbrug reduceres med ca. 0,91 % for hver gang, investeringsomkostningsprocenten forøges med 0,5 procentpoint.*

Eksempel 4 *Udgangspunktet er høj indkomst og lav offentlig pension:* $Y = 600.000$, $y = 75.000$ *og afkast* $R =$*4,0 %. Det ses af tabel 6, at det livslange forbrug reduceres med ca. 3,15 % for hver gang, investeringsomkostningsprocenten forøges med 0,50 procentpoint.*

[9] Appendiks **??**.



Figur 2: Effekt Δ_{C^*} af investeringsomkostninger - lav indkomst: $Y = 300.000$, $y = 150.000$.



Figur 3: Effekt Δ_{C^*} af investeringsomkostninger - høj indkomst: $Y = 600.000$, $y =$75.000.

Investerings- omkostningsprocent k	Investeringsafkast, R 4 %	 5,5 %	 7 %
$Y = 300.000, y = 150.000$			
$k =$ 0,25 %	-0,78 %	-0,58 %	-0,41%
$k =$ 0,50 %	-1,58 %	-1,19 %	-0,85 %
$k =$ 0,75 %	-2,41 %	-1,84%	-1,32 %
$k =$ 1,00 %	-3,27 %	-2,51 %	-1,81 %
$Y = 600.000, y = 75.000$			
$k =$ 0,25 %	-1,49 %	-1,08 %	-0,75 %
$k =$ 0,50 %	-3,04 %	-2,22 %	-1,55 %
$k =$ 0,75 %	-4,65 %	-3,42 %	-2,40 %
$k =$ 1,00 %	-6,31 %	-4,68 %	-3,30 %

Effekten af investeringsomkostninger på livslangt forbrug. R er forrentningen af finansiel opsparing, k er investeringsomkostningsprocenten, der indregnes i afkastet som beskrevet i appendiks A. Indkomstforudsætninger fremgår af tabel 2. Andre beregningsforudsætninger er $N = 40$ og $T - N = 20$.

Tabel 5: Effekt på livslangt forbrug af ændring i investeringsomkostning.

Ændring i investerings- omkostningsprocenten k	Investeringsafkast R 4 %	 5,5 %	 7 %
$Y = 300.000, y = 150.000$			
$k =$ 0,50 %	-1,64 %	-1,26 %	-0,91 %
$Y = 600.000, y = 75.000$			
$k =$ 0,50 %	-3,15 %	-2,34 %	-1,65 %

Den gennemsnitlige effekt Δ_{C^*} på livslangt forbrug af en ændring på 0,5 procentpoint i investeringsomkostningsprocenten. R er forrentningen af finansiel opsparing, k er investeringsomkostrningsprocenten, der indregnes i afkastet som beskrevet i A. Effekten er beregnet ud fra hældningen på sekanten til kurverne i figur 2 og 3 ud fra tallene i tabel 5.

Tabel 6: Effekt af 0,5 procentpoint ændring i investeringsomkostninger.

Kommentar 7 *De to eksempler repræsenterer yderpunkterne i forhold til konsekvenser af omkostninger. At den negative effekt af investeringsomkostninger er større i eksempel 4 end i eksempel 3 skyldes således - og som forklaret ovenfor - at personen i eksempel 4 har relativt mere brug for finansiel opsparing.*

4.2 Tilbagetrækning

Som forklaret i kommentar 1 afhænger Δ_{N^*} ikke af Y og y. Derfor kan vi nøjes med at betragte tabel 7.

Tabel 7 er også beregnet for de 6 kombinationer af afkast og omkostninger. Tallet Δ_{N^*} varierer for det lave omkostningsniveau fra godt 2 år til knap 4 år. På det høje omkostningsniveau varierer effekten fra knap 4 år til godt 7,5 år.

4.2.1 Komparativ statik: Tilbagetrækning

Som i afsnit 4.1.1 er det hensigtsmæssigt at isolere effekterne af omkostninger og afkast før omkostninger. Betragt tabel 8, der er beregnet under eksemplets forudsætninger, men

	Omkostninger	
Afkast	Lave	Høje
4 %	2,03	3,95
5,5 %	3,03	5,84
7 %	3,96	7,58

Tabellen viser effekten Δ_{N^*} på tilbagetrækningsalder af investeringsomkostninger for forskellige afkast- og omkostningsniveauer. Δ_{N^*} er beregnet som den senere tilbagetrækningsalder, der netop sikrer, at livslangt forbrug er det samme før som efter omkostninger.

Tabel 7: Effekt af investeringsomkostninger på tilbagetrækningsalder.

	Investeringsafkast, R		
Omkostningsprocent	4 %	5,5 %	7 %
$k = 0{,}25$ %	1,03	1,03	1,00
$k = 0{,}50$ %	2,03	2,04	2,00
$k = 0{,}75$ %	3,01	3,03	2,99
$k = 1{,}00$ %	3,95	4,00	3,96

Effekten af investeringsomkostninger på tilbagetrækningsalder. Beregnet som den forsinkelse ΔN^* af tilbagetrækningsalderen, der giver uændret livslangt forbrug efter omkostninger. R er forrentningen af finansiel opsparing, k er investeringsomkostningsprocenten, der indregnes i afkastet som beskrevet i A.

Tabel 8: Opsummering af effekten ΔN^* på tilbagetrækning.

hvor investeringsomkostningsprocenten k varierer uafhængigt af R.

Det ses, at tilbagetrækning nærmest uanset antagelser om afkast skal udsættes med ca. 2 år for hver gang investeringsomkostningsprocenten stiger med $k = 0,5\%$. Beregnet under forudsætning af, at man ønsker uændret livslangt forbrug.[10]

4.3 Samtidig gæld og finansiel opsparing

Forskellen $R - r$ mellem investeringsafkast og lånerente vil vi kalde **rentemarginalen** (før omkostninger). Også selv om den finansielle opsparing delvist er placeret i aktier eller andre risikable investeringer. Hvis opsparing alene placeres i obligationer, er rentemarginalen 0. Hvis der tages hensyn til omkostninger, er $R^* - r^*$ rentemarginalen.

Afkast					
4 %		5,5 %		7 %	
Omkostninger		Omkostninger		Omkostninger	
Lave	Høje	Lave	Høje	Lave	Høje
-1,02 %	-2,04 %	0,18 %	-1,10 %	1,38 %	-0,18 %

Rentemarginal beregnet som investeringsafkast minus lånerente. Begge komponenter er korrigeret for omkostninger. Se tabel 1 for detaljer om fortolkningen af lave og høje afkast og omkostninger.

Tabel 9: Rentemarginal for kombinationer af investeringsafkast og omkostninger.

[10] Formel (5).

Hvis lånerenten r er højere end det afkast, der kan opnås ved investering, vil lån og samtidig finansiel opsparing være en ulempe. Hvis finansiel opsparing alene er placeret i obligationer, vil rentemarginalen efter omkostninger **altid** være negativ. Størrelsen på denne negative effekt vil være bestemt af såvel låne- som investeringsomkostninger. Tabel 9 illustrerer derfor effekten af rentemarginalen for kombinationer af afkast og omkostninger fra tabel 1.

	Investeringsafkast					
	4 %		5,5 %		7 %	
	Omkostninger		Omkostninger		Omkostninger	
	Lave	Høje	Lave	Høje	Lave	Høje
Lav indkomst						
$D_0/Y = 0$	-1,58 %	-3,27 %	-1,84 %	-3,96 %	-1,81 %	-4,10 %
$D_0/Y = 1$	-2,44 %	-4,93 %	-1,68 %	-4,88 %	-0,55 %	-4,25 %
$D_0/Y = 2$	-3,31 %	-6,59 %	-1,51 %	-5,81 %	0,71 %	-4,40 %
$D_0/Y = 3$	-4,17 %	-8,24 %	-1,35 %	-6,73 %	1,97 %	-4,56 %
Høj indkomst						
$D_0/Y = 0$	-3,04 %	-6,31 %	-3,42 %	-7,37 %	-3,30 %	-7,46 %
$D_0/Y = 1$	-3,99 %	-8,13 %	-3,25 %	-8,35 %	-1,99 %	-7,62 %
$D_0/Y = 2$	-4,94 %	-9,95 %	-3,08 %	-9,34 %	-0,68 %	-7,78 %
$D_0/Y = 3$	-5,89 %	-1,78 %	-2,90 %	-10,32 %	-0,64 %	-7,94 %

Beregning af effekten Δ_{C^*} af investeringsomkostninger på det livslange forbrug. Øverste panel er beregnet for den laveste indkomstgruppe. Nederste panel er beregnet for den højeste indkomstgruppe. Gælden er en konstant andel af årlig indkomst $(D/Y = 0, 1, 2, 3)$ frem mod tilbagetrækning og 0 derefter.

Tabel 10: Effekt af investerings- og låneomkostninger på livslangt forbrug.

Tabel 10 viser den kombinerede effekt Δ_{C^*} af investerings- og låneomkostninger på livslangt forbrug.

Hver række i panelet svarer til hvert sit niveau af konstant gældsætning $(D/Y = 0, 1, 2, 3)$. Forskellen mellem tallene i hver række er altså den marginale effekt af gældsætning på et højere niveau.

Eksempel 5 *Betragt 1. søjle i tabel 10 med lav indkomst (øverste panel), lave omkostninger og lavt investeringsafkast. I første række er* Δ_{C^*} = *-1,58 %. I fjerde række er* $\Delta_{C^*} = -4,17$ *%. Forskellen -4,17 %-(-1,58 %) = -2,59 % er den isolerede effekt af en konstant gældsætning på* $D = 1.200.000$.

Den første række i hvert panel svarer til ingen gældsætning, og derfor er tallene i denne første række de samme som tallene i tabel 4.

Vi så i afsnit 3.3, at gæld korrigeres ved at justere arbejdsindkomst for rentebetalinger. Men vi ved også fra afsnit 3.2, at Δ_{N^*} ikke afhænger af indkomst. Derfor afhænger Δ_{N^*} ikke af niveauet for gældsætning.

Kommentar 8 *Forklaringen er naturligvis eksemplets forudsætning om, at gældsætningen er konstant frem til tilbagetrækning. Hvis tilbagetrækningen udsættes for at kompensere for de negative effekter af omkostninger, forøges omkostningerne på grund af flere års låntagning. Den ekstra arbejdsindkomst fra senere tilbagetrækning kompenserer hverken mere eller mindre for ekstra omkostninger ved mere låntagning.*

Tallet Δ_{C^*} varierer betydeligt med kombinationerne af afkast, omkostninger og gældsætning. Man kan dog uddrage de følgende generelle konklusioner. Kun ved afkast $\geq 5,5$ % og lave omkostninger er rentemarginalen positiv. Ellers er den negativ. Det ses for det første i selve rentemarginalen i tabel 9. For det andet ved, at den negative effekt på Δ_{C^*} er voksende i gældsætningen D, når rentemarginalen er negativ. Den negative effekt af gældsætning afhænger ikke af niveauet for indkomst og offentlige pensioner.

Kommentar 9 *Den mulige positive effekt af samtidig lån og investering kan kun opnås ved, at en del af investeringen placeres i aktier eller andre investeringer med afkast over lånerenten, og som dermed er mere risikable end obligationer. Den eventuelle fordel ved gearing skal derfor vejes op mod risikoen.*

5 Andre modelovervejelser

Modellen bygger på flere tekniske antagelser. Et udvalg af disse diskuteres i nedenstående.

5.1 Deterministisk afkast

Afkastet af finansiel opsparing er baseret på forskellige deterministiske afkast fra forskellige investeringsklasser. En sådan beregning kan ikke bruges til at afgøre, om man skal vælge den ene investeringsklasse frem for den anden. Beregningen viser nemlig kun den positive side af et højt afkast. Normalt vil dette høje afkast blive fulgt af en forhøjet risiko. Denne negative side negligeres i beregninger baseret på deterministiske afkast.

Det ville være muligt at integrere risiko, investeringsbeslutninger og forbrugsvalg under usikre afkast. Det fører imidlertid til meget større kompleksitet af model, beregninger og beslutningerne. Samtidig vurderer vi, at det ikke i væsentlig grad ændrer hverken kvalitative eller kvantitative konklusioner omkring effekten af investeringsomkostninger. Hvis vi ser bort fra investeringsbeslutningen, er det fortsat muligt at sammenligne effekten af omkostninger på tværs af forskellige investeringsbeslutninger. Ved at antage forskellige deterministiske afkast fra forskellige klasser sammenlignes effekten i et specifikt scenarie, hvor netop disse afkast opnås. Inden for det givne scenarie med de givne afkast er den deterministiske forbrugsplanlægning og dens konklusioner vedrørende investeringsomkostninger meningsfuld.

5.2 Usikker levetid

Levetiden er antaget kendt i beregningerne. Det er muligt at integrere en usikker levetid i beregningerne, hvis vi samtidig antager, at denne usikkerhed kan afdækkes af opspareren ved at købe livrenter. Usikker levetid sammen med adgang til livrenter fører igen til et konstant forbrug for kunden, så længe han lever. Livrenten udbetaler netop en konstant ydelse, så længe kunden lever. Det gør, at den usikkerhed der er på kundens udbetalingsprofil som følge af usikker levetid, passer med den usikkerhed, der er på udbetalingen af livrenten.

Integrationen af usikre levetider og et livrentemarked fører til meget større kompleksitet af model, beregninger og beslutninger. Samtidig vurderer vi, at det ikke i væsentlig grad ændrer hverken kvalitative eller kvantitative konklusioner omkring effekten af investeringsomkostninger. Beregninger under forudsætning om usikre levetider indikerer, at antagelsen om en kendt levetid svarende til forventet levetid i en stokastisk model fører til et marginalt højere nøgletal 1 og et marginalt mindre nøgletal 2, end man ville få med usikre levetider.

5.3 Skat

Skattebetalinger påvirker det livslange forbrug. Skat af indkomst påvirker direkte forbruget. Skat af finansielle afkast reducerer den finansielle opsparing og dermed forbrugsmulighederne som pensionist.

Antagelse 6 *Skat af indkomst er en fast sats τ uden progression.*

Antagelse 7 *Skat af finansielle afkast beskattes proportionalt med en fast sats.*

5.3.1 Skat af arbejdsindkomst

Dermed påvirkes livslangt forbrug som følger

$$C = \frac{(1+R)^{N+T} - (1+R)^{T}}{(1+R)^{T+N} - (1+R)^{N}}(1-\tau)Y + \frac{(1+R)^{T} - (1+R)^{N}}{(1+R)^{T-N} - (1+R)^{N}}(1-\tau)y$$

og efter omkostninger

$$C^* = \frac{(1+R^*)^{N+T} - (1+R^*)^{T}}{(1+R^*)^{T+N} - (1+R^*)^{N}}(1-\tau)Y + \frac{(1+R^*)^{T} - (1+R^*)^{N}}{(1+R^*)^{T-N} - (1+R^*)^{N}}(1-\tau)y.$$

Det ses dermed, at Δ_{C^*} ikke afhænger af τ (τ forkorter ud). Hvis skattesystemet beskatter indkomst progressivt, kompliceres formlerne, og Δ_{C^*} kan derfor i større eller mindre grad afhænge af beskatningsmodellen.

Tallet Δ_{N^*} - som defineret i ligning (5) - afhænger ikke af indkomst og derfor heller ikke af indkomstskatter. Det gælder i det mindste, når skattesystemet er stabilt og beskatter ens beløb på samme måde i forskellige år.

5.3.2 Skat af finansielle afkast

Afkast af pensionsopsparing beskattes i dag med PAL skat på 15,30%. Aktie- og kapitalindkomst (frie midler) beskattes (marginalt) med ca. 42%. Ved beskedne aktie- og kapitalindkomster er beskatningen lavere. Lånerenter er (negativ) kapitalindkomst. En proportional beskatning af finansielle afkast kan indregnes som beskrevet i appendiks A.

5.3.3 Beskatning af indbetalinger og udbetalinger i pensionsopsparing

Beskatningen af ind- og udbetalinger til og fra pension påvirker for de fleste ikke det livslange forbrug.

For aldersopsparingsprodukter sker indbetalinger med beskattede midler og udbetalinger er skattefrie.

For ratepensioner og livrenteprodukter er der fradrag (indkomstskat) for indbetalinger og skattepligt (indkomstskat) ved udbetaling. Med mindre marginalskattesatsen er lavere ved udbetaling end ved indbetaling, er beskatningen uden betydning for den livslange indkomst. Indkomstvirkningerne af denne del af skattesystemet påvirker kun personer, der betaler topskat i arbejdslivet.

5.3.4 Modregning

Pensionsopsparing i aldersopsparing modregnes ikke i folkepensionstillæg eller andre sociale ydelser. Der er dermed heller ingen effekt på betydningen af investeringsomkostninger.

Udbetalinger fra ratepensioner og livrenter påvirkes af modregning. For personer med høje indkomster kan modregningsproblemer ignoreres. Den effektive beskatning af indkomst anvendt til pensionsopsparing er simpelthen bare indkomstskattesatsen, og indkomstskat har ingen betydning for betydningen af investeringsomkostninger. Personer med lavere indkomster, der rammes af modregning i folkepensionstillæg, rammes af en højere effektiv indkomstbeskatning af pensionsopsparing.[11]

5.4 Vækst i indkomster og offentlige pensioner

Grundantagelsen afsnit 2 er stykkevist konstante indkomster. I praksis oplever de fleste en vækst i indkomster gennem arbejdslivet. Dette kan som eksempel illustreres på følgende måde.

Lad g være den procentvise vækst i alle indkomster. Det vil sige, at

$$Y_j = \begin{cases} (1+g)^j Y_0 & : \quad j \leq N \\ (1+g)^j y_0 & : \quad j > N \end{cases} .$$

Dette betyder, at C og C^* ændres til

$$C = \left(\frac{1}{1+g}\right)^{-T} \frac{\sum_{j=1}^{N}(1+R)^{T-j}\left(\frac{1}{1+g}\right)^{T-j} Y_0 + \sum_{j=N+1}^{T}(1+R)^{T-j}\left(\frac{1}{1+g}\right)^{T-j} y_0}{\sum_{j=1}^{T}(1+R)^{T-j}}$$

og

$$C^* = \left(\frac{1}{1+g}\right)^{-T} \frac{\sum_{j=1}^{N}(1+R^*)^{T-j}\left(\frac{1}{1+g}\right)^{T-j} Y_0 + \sum_{j=N+1}^{T}(1+R^*)^{T-j}\left(\frac{1}{1+g}\right)^{T-j} y_0}{\sum_{j=1}^{T}(1+R^*)^{T-j}}.$$

Det ses, at $\left(\frac{1}{1+g}\right)^{-T}$ forkorter ud i beregningen, og Δ_{C^*} og Δ_{C^*} kan beregnes ved at erstatte $(1+R)$ og $(1+R^*)$ med $\frac{1+R}{1+g}$ og $\frac{1+R^*}{1+g}$. Det er intuitivt klart, at vækst i indkomst reducerer behovet for finansiel opsparing (ved konstant forbrug) og dermed de negative effekter af omkostninger.

5.5 Konstant forbrug

I ovenstående diskussion var forbrugsudjævning en forudsætning og ikke et resultat af modellen. Men ønsket om forbrugsudjævning kan faktisk vises formelt.

I appendix B vises et eksempel, hvor det optimale forbrug er procentvist konstant voksende:

$$C_t = \left(\frac{1+R}{1+\rho}\right)^{1/\theta} C_{t-1}, \tag{8}$$

hvor ρ er den såkaldte *tidspræferencerente* og $\theta > 0$. Tidspræferencerenten bestemmer nyttevægtningen af fremtidigt forbrug over for dagens forbrug.

[11] Se Linaa et al. (2013) for en diskussion af effektiv pensionsafkastbeskatning og Pensionskommissionen (2015) for en diskussion af modregningsproblemer i pensionssystemet.

Det ses, at $\left(\frac{1+R}{1+\rho}\right)^{1/\theta} > 1$ hvis $R > \rho$. Dermed vil forbruget være voksende over tid, hvis afkastet er højere end tidspræferencerenten. Omvendt, hvis afkastet er lavere, vil det være optimalt at forbruge mindre år for år. Endelig ses, at hvis afkastet er lig med tidspræferencerenten ($\rho = R$), vil $\left(\frac{1+R}{1+\rho}\right)^{1/\theta} = 1$, og det vil være optimalt at have konstant forbrug $C_t = C$ år for år. Det er herfra, at ideen om forbrugsudjævning stammer.

Kommentar 10 *Man kunne indbygge forbrugsvækst i modellen. Kvalitativt ville konsekvenserne være modsat resultaterne for indkomstvækst.*

Kommentar 11 *Man kunne mod denne model også indvende, at mange oplever en nedgang i forbrug efter tilbagetrækning. Men dette fald er ofte en konsekvens af for lidt pensionsopsparing, dvs. institutionelle forhold. Husk også, at der inden for rammerne af modellen ikke er plads til lavere forbrug som følge af svigtende helbred eller til usikkerhed om levetid. Man kunne selvfølgelig overveje en mere detaljeret model. Men det ville dels åbne for komplicerede overvejelser, uden at det ville ændre væsentligt på konklusionerne! Rapportens kvalitative konklusioner om effekter af investerings- og låneomkostninger er alene drevet af antagelser om den numeriske størrelse på afkast og omkostninger.*

A Indregning af skat, omkostninger og inflation i afkast

Omkostningssatser som eksempelvis ÅOP angives ofte som en procentdel af den investerede formue, men afholdes gennem en reduktion i det årlige procentvise afkast. Der skal derfor ske en omregning. Desuden skal der tages hensyn til skat og inflation.

Omkostninger

Lad W_{t-1} være en formue udsat for omkostninger. Lad R være det procentvise afkast før omkostninger og R^* det procentvise afkast efter omkostninger. Vi følger William Sharpe og indregner omkostninger som en procentdel af slutformuen.[12] Derved bliver R^* bestemt ud fra ligningen

$$(1 + R^*)\, W_{t-1} = (1 + R)W_{t-1} - k(1 + R)W_{t-1}$$

og dermed

$$R^* = (1 + R)\,(1 - k) - 1.$$

Skat

Efter samme princip kan skat af finansielle afkast indregnes som:

$$(1 + R^*)\,(1 - \lambda) - 1,$$

hvor λ er den proportionale skattesats på finansielt afkast.

Inflation

Hvis afkastet R er et nominelt afkast, skal der korrigeres for inflation. Det sker efter samme princip:

$$(1 + R^*)\,(1 - i) - 1,$$

hvor i er inflationsraten.

Den samlede korrektion

Den samlede korrektion for omkostninger, skat og inflation bliver

$$(1 + R)\,(1 - k)(1 - \tau)\,(1 - i) - 1 \approx R - k - \tau - i.$$

Kommentar 12 *I pensionsinfo.dk anvendes korrektionen på højre side.*[13]

[12] Sharpe (2013), side 35, 1. spalte.
[13] Oplyst af Forsikring & Pension.

B Forbrugsudjævning

Af forbrug hvert år uddrages nytte $U(C_t)$. Den samlede nytte over et livsforløb er

$$U_T(C_{1,}, C_2, \dots, C_T) = \frac{1}{1+\rho}U(C_1) + \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^2 U(C_2) + \dots + \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^T U(C_T), \quad (9)$$

hvor $1+\rho$ er en *subjektiv diskonteringsfaktor*, der opsummerer hvor meget højere eller lavere nytte, der er i fremtidigt forbrug i forhold til forbrug i dag. ρ kaldes *tidspræference-renten*. Opsparing forrentes med et afkast R.

Personen ønsker at gøre sin livstidsnytte U_T størst mulig. Det vil sige, at personen ønsker at finde den forbrugsplan, $C_1, C_2, \dots, C$, der maksimerer U_T. Vi kan starte med at konstatere, at det er let at bestemme C_T. Da personen ikke ønsker at efterlade sig arv, bliver

$$C_T = (1+R)W_{T-1} + Y_T.$$

Personen forbruger simpelthen alt: Den akkumulerede opsparing plus det sidste års indkomst.

I år $T-1$ er det første grundlæggende valg: Hvor meget skal forbruges i året, og hvor meget skal opspares til forbrug i de kommende år?

Det kan undersøges formelt. Med alt andet fastholdt, vil en krones nedgang i forbrug i år $T-1$ komme igen med rente som forbrug i morgen. Det vil sige, at

$$-\frac{dC_T}{dC_{T-1}} = 1+R.$$

Differentier nu (9) mht. C_{T-1}. Det ses, at

$$\begin{aligned}
\frac{dU_T}{dC_{T-1}} &= \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^{T-1} \frac{d}{dC_{T-1}}U(C_{T-1}) + \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^T \frac{d}{dC_{T-1}}U(C_T) \\
&= \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^{T-1} \frac{d}{dC_{T-1}}U(C_{T-1}) - \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^T \frac{d}{dC_{T-1}}U(C_T)\frac{dC_T}{dC_{T-1}} \\
&= \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^{T-1} U'(C_{T-1}) - \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^T U'(C_T)(1+R).
\end{aligned}$$

En nødvendig betingelse for maksimum er $\frac{dU_T}{dC_{T-1}} = 0$. Det vil sige, at

$$\left(\frac{1}{1+\rho}\right)^{T-1} U'(C_{T-1}) = \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^T U'(C_T)(1+R),$$

eller

$$U'(C_{T-1}) = \frac{1}{1+\rho}U'(C_T)(1+R).$$

Heraf følger det, at

$$U'(C_{T-1}) = \left(\frac{1+\rho}{1+R}\right)^{-1} U'(C_T). \quad (10)$$

Denne ligning kan løses for C_{T-1}, hvorefter forbruget kendes i de sidste 2 år. Proceduren kan gentages og rulles tilbage gennem årene:

$$\frac{U'(C_{t-1})}{U'(C_t)} = \left(\frac{1+\rho}{1+R}\right)^{-1}, t = 1, \dots, T.$$

Med nyttefunktionen

$$U(C) = \begin{cases} \frac{C^{1-\theta}}{1-\theta} & : \quad \theta \neq 1 \\ \ln(C) & : \quad \theta = 1 \end{cases} \tag{11}$$

følger det, at

$$\frac{U'(C_t)}{U'(C_{t-1})} = \left(\frac{C_{t-1}}{C_t}\right)^{-\theta}$$

og dermed ved at indsætte i (10), at

$$C_t = \left(\frac{1+R}{1+\rho}\right)^{1/\theta} C_{t-1}.$$

Det vil sige, at med nyttefunktionen (11) er den procentvise forbrugsvækst nul eller konstant.

Kommentar 13 *Lignende resultater kan udledes for andre nyttefunktioner end (11). Så længe nyttefunktionen er konkav, vil den optimale forbrugsvækst være en form for konstant forbrug eller en jævn forbrugsvækst.*

Litteratur

Erhvervs- og Vækstministariet (2015), 'MiFID II og investeringsforeningers betaling af formidlingsprovision: Rapport fra arbejdsgruppen om honorarmodeller', Erhvervs- og Vækstministeriet.

Forsikring & Pension og Finansrådet (2017), 'Samfundsforudsætninger 2017'.

Holmberg, T. H., Munck, H., Steffensen, M., Tanggaard, C. & Tingey, S. R. (2017), 'Anskueliggørelse af investeringsomkostninger', Endnu ikke offentliggjort.

Linaa, J. G., Pedersen, L. H. & Sørensen, P. B. (2013), 'Effektiv beskatning af opsparingsafkast i Danmark', *Nationaløkonomisk Tidsskrift* **151**, 1–20.

Pensionskommissionen (2015), 'Det danske pensionssystem - internationalt anerkendt, men ikke problemfrit', www.pensionskommissionen.dk.

Sharpe, W. F. (2013), 'The arithmetic of investment expenses', *Financial Analysts Journal* **69**(2), 34–41.